

## **Аннотация книги ‘Many agent games in socio-economic systems: corruption, inspection, coalition building, network growth, security’**

Игры многих игроков в социально-экономических системах: коррупция, инспекция, образование коалиций, развитие информационных сетей, проблемы безопасности) доктора физико-математических наук, профессора кафедры моделирования социально-экономических систем В. Н. Колокольцова и доктора физико-математических наук, профессора кафедры моделирования социально-экономических систем О. А. Малафеева.

Одним из концентров современной теории игр является проблема анализа математических моделей игр с большим числом игроков. Общая картина может быть представлена как взаимодействие небольшого числа главных игроков, взаимодействующих на фоне большого числа малых игроков, так что влияние каждого из малых игроков на общую эволюцию системы стремится к нулю, когда число этих малых игроков стремится к бесконечности. Существуют два подхода к анализу таких систем. В первом подходе малые игроки не считаются осознанными оптимизаторами. Они либо непосредственно управляются большими игроками и служат их интересам (давление и сотрудничество) или сопротивляются главным игрокам (давление и сопротивление), развивая свои стратегии через взаимодействие эволюционного типа с другими игроками, построенное согласно определенным правилам, детерминистским или стохастическим.

Такие взаимодействия, часто реализуемые как имитационные, могут включать обмен мнениями, направленными на улучшение платежа или на лучшее соответствие социальным нормам. Примерами таких моделей служат процессы отслеживания коррумпированных чиновников, инспектирование налогоплательщиков, действие охранительных органов против террористических групп, компьютерных атак или биологических вирусов. Другими примерами являются задачи распределения ограниченных ресурсов для поддержки научных и промышленных проектов, управления сложными стохастическими системами, состоящими из большого числа компонент (агентов, механизмов, роботов), которые могут иметь общие или индивидуальные интересы. Действия больших игроков способны влиять на распределение малых игроков по стратегиям, контролируя правила их взаимодействий. Во втором подходе малые игроки в группах сами моделируются как индивидуальные оптимизаторы. Игры такого типа называются играми среднего поля. Первые работы по этим играм возникли 15 лет назад, и с тех пор развились в одно из самых популярных направлений теории игр. В монографии построена теория этих игр в рамках первого подхода, когда взаимодействия эволюционного типа могут совмещаться с процессами индивидуальных решений.

Проведение традиционного анализа марковских процессов принятия решений для систем с большим числом игроков обычно связано с непреодолимыми вычислительными трудностями. Общая идея статистического подхода, развиваемая в монографии, заключается в том, что предельная эволюция бесконечного числа игроков часто может быть описана в терминах более простой детерминированной эволюции, представляющей из себя динамический закон больших чисел (подобно тому как дифференциальные уравнения гидродинамики описывают предельное взаимодействие огромного числа молекул, осуществляющих хаотическое движение). Этот предельный переход позволяет преодолеть знаменитое «проклятие большой размерности» и превратить его в

«благословение большой размерности». Как показано в монографии, все основные критерии оптимальных решений в условиях конкуренции и кооперации имеют свой упрощенный аналог в предельной системе бесконечного числа игроков. Тем не менее, даже упрощенная предельная система обычно довольно сложна для практических вычислений. Поэтому для ее анализа предлагаются различные асимптотические режимы, при которых явные вычисления становятся возможными.

С практической точки зрения предложенные методы наиболее адекватны при анализе социально-экономических систем, находящихся вблизи равновесия. Для таких систем стационарные решения соответствующих систем играют роль так называемых магистралей, то есть, грубо говоря, притягивающих стационарные эволюции. Поэтому важную роль в анализе таких эволюций является отыскание стационарных решений и исследование их устойчивости, проведенное в монографии. По тематике материалов книги (коррупция, инспекция, безопасность) опубликовано свыше 100 статей на русском и английском языках, из них в журналах 1го квартиля - две статьи, 2 квартиля - две статьи и в журналах 3 квартиля также две статьи.

В первой вводной главе мы объясняем основные результаты и приложения с минимальным использованием технического языка, что позволяет сделать основные идеи доступными для возможно широкой аудитории. Основная часть книги рассчитана на читателей, владеющих основами теории вероятностей и теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Annotation to book 'Many agent games in socio-economic systems: corruption, inspection, coalition building, network growth, security' by Professor, doctor fiziko-matematicheskikh nauk Kolokoltsov Vassilii Nikitich and Professor, doctor fiziko-matematicheskikh nauk Malafeyev Oleg Alexeyevich.

Analysis of games with many players lies in the centre of the modern game theory. The general picture of game theoretic modelling dealt with in our book is characterized by a set of big players, also referred to as principals or major agents, acting on the background of large pools of small players. The impact of the behaviour of each small player in a group on the overall evolution decreasing with the increase of the size of the group.

Two approaches to the analysis of such systems are clearly distinguished and are dealt with in Parts I and II. In the first approach, players in groups are not independent rational optimizers. They are either directly controlled by principals and serve the interests of the latter (pressure and collaboration setting) or they resist the actions of the principals (pressure and resistance setting) by evolving their strategies in an 'evolutionary manner' via interactions with other players subject to certain clear rules, deterministic or stochastic. Such interactions, often referred to as myopic or imitating, include the exchange of opinions or experience, with some given probabilities of moving to strategies that are more profitable. They can also evolve via the influence of social norms. The examples of the real world problems involved include government representatives (often referred to in the literature as benevolent dictators) chasing corrupted bureaucrats, inspectors chasing tax-paying avoidance, police acting against terrorist groups or models describing the attacks of computer or biological viruses. This includes the problem of optimal allocation of the budget or efforts of the big player to different strategies affecting small players,

for instance, the allocation of funds (corrected in real time) for the financial support of various business or research projects. Other class of examples concerns appropriate (or better optimal) management of complex stochastic systems consisting of large number of interacting components (agents, mechanisms, vehicles, subsidiaries, species, police units, robot swarms, etc.), which may have competitive or common interests. Such management can also deal with the processes of merging and splitting of functional units (say, firms or banks) or the coalition building of agents. The actions of the big players effectively control the distribution of small players among their possible strategies and can influence the rules of their interaction. Several big players can also compete for more effective pressure on small players. This includes, in particular, the controlled extensions of general (nonlinear) evolutionary games. Under our approach the classical games of evolutionary biology, like hawk and dove game, can be recast as a controlled process of the propagation of violence, say in regions with mixed cultural and/or religious traditions. For discrete state spaces, V. Kolokoltsov introduced the games of this kind under the name of nonlinear Markov games.

In the second approach, small players in groups are themselves assumed to be rational optimizers, though in the limit of large number of players the influence of the decisions of each individual player on the whole evolution becomes negligible. The games of this type are referred to as mean field games. They were introduced about 15 years ago by two research groups in France and Canada, and since then developed into one of the most active directions of research in game theory. We shall discuss this setting mostly in combination with the first approach, with evolutionary interactions (more precisely, pressure and resistance framework) and individual decision-making taken into account simultaneously. This combination leads naturally to two-dimensional arrays of possible states of individual players, one dimension controlled by the principals and/or evolutionary interactions and another dimension by individual decisions.

Carrying out a traditional Markov decision analysis for a large state space (large number of players and particles) is often unfeasible. The general idea for our analysis is that under rather general assumptions, the limiting problem for a large number of agents can be described by a well manageable deterministic evolution, which represents a performance of the dynamic law of large numbers (LLN). This procedure turns the 'curse of dimensionality' to the 'blessing of dimensionality'. As we show all basic criteria of optimal decision making (including competitive control) can be transferred from the models of a large number of players to a simpler limiting decision problem. Since even the deterministic limit of the combined rational decision making processes and evolutionary type models can become extremely complex, another key idea of our analysis is in searching for certain reasonable asymptotic regimes, where explicit calculations can be performed. Several such regimes are identified and effectively used. We deal mostly with discrete models, thus avoiding technicalities arising in general models (requiring stochastic differential equations or infinite-dimensional analysis). Extensions dealing with general jump-type Markov processes are often straightforward.

From the practical point of view, the approaches developed here are mostly appropriate for dealing with socioeconomic processes that are not too far from an equilibrium. For those processes, the equilibria play the role of the so-called turnpikes, that is, attracting stationary developments. Therefore, much attention in our research is given to equilibria (rest points of the dynamics) and their structural and dynamic stability. For processes far from equilibria other approaches seem to be more relevant, for instance the methods for the analysis of turbulence.

Another problem needed to be addressed for concrete applications of our models lies in the necessity to get hold of the basic parameters entering its formulation, which may not be that easy. Nevertheless, the strong point of our approach is that it requires identifying really just a few real numbers (not multi-dimensional distributions), which may be derived in principle from statistical experiments or field observations.

In the first introductory chapter, we explain the main results and applications with the minimal use of technical language trying to make the key ideas accessible to readers with only rudimentary mathematical background. The core of the book is meant for readers with some basic knowledge of probability, analysis and ordinary differential equations. More than hundred papers were published by the applicants on the theme of the book (on corruption, inspection and security) in English and in Russian. Among them two papers in journals Q1, two papers in journals Q2 and two papers in journals Q3.

Content: Chapter 1. Introduction: Main Models and LLN methodology. Chapter 2. Best-Response Principals. Chapter 3. Dynamic Control of Major Players. Chapter 4. Models of Growth under Pressure. Chapter 5. Mean Field Games (MFGs) for Finite-State Models. Chapter 6. Three-State Model of Corruption and Inspection. Chapter 7. Four-State Model of Cybersecurity. Chapter 8. Turnpikes for MFGs on Two-Dimensional Networks